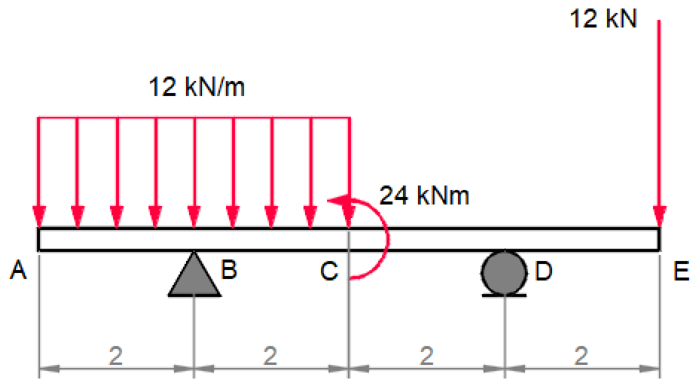
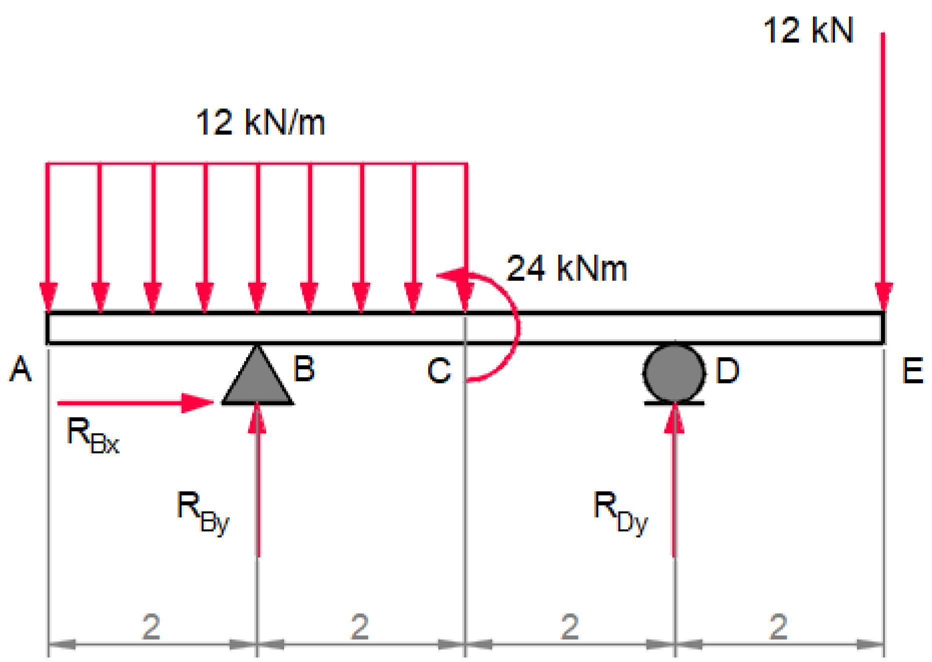
Para la siguiente viga dibuja el diagrama de esfuerzos cortantes y momentos flectores. Indica el momento flector máximo.



Comenzamos por calcular las reacciones en los apoyos. En el apoyo articulado hay dos grados de restricción, por lo que tenemos dos reacciones y en el móvil tenemos solo un grado de restricción, por lo que tenemos una sola reacción.

Para calcularlas dibujamos el diagrama del sólido libre.



Aplicamos las condiciones de equilibrio:

$$\sum F_X = 0 \Rightarrow R_{B_X} = 0KN$$

Tomamos momentos respecto del punto A:

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow 2 \cdot R_{B_y} + 6 \cdot R_{D_y} - (12 \cdot 4 \cdot 2) + 12 \cdot 8 + 24 = 0$$

$$2 \cdot R_{B_y} + 6 \cdot R_{D_y} = 186$$

En la dirección del eje Y:

$$\sum F_Y = 0 \Rightarrow R_{B_y} - (12 \cdot 4) + R_{D_y} - 12 = 0$$

$$R_{B_y} + R_{D_y} = 60$$

Resolvemos el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 2 \cdot R_{B_y} + 6 \cdot R_{D_y} = 186 \\ R_{B_y} + R_{D_y} = 60 \end{cases}$$

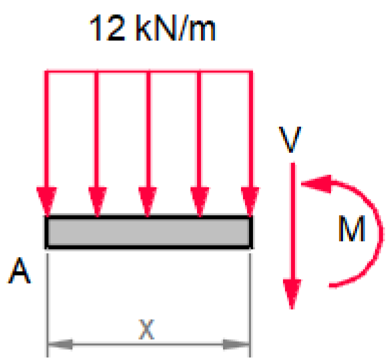
Tenemos que:

$$R_{B_y} = 48kN$$

$$R_{D_y} = 12kN$$

Utilizando el método de las secciones para calcular los momentos flectores y los esfuerzos cortantes:

Sección 1 $0 \leq x \leq 2$



$$\sum M = 0 \Rightarrow$$

$$M + 12x \cdot \frac{x}{2} = 0$$

$$M_1 = -6 \cdot x^2$$

$$x = 0 \Rightarrow M_1(0) = 0Nm$$

$$x = 2 \Rightarrow M_1(2) = -24 \text{ kNm}$$

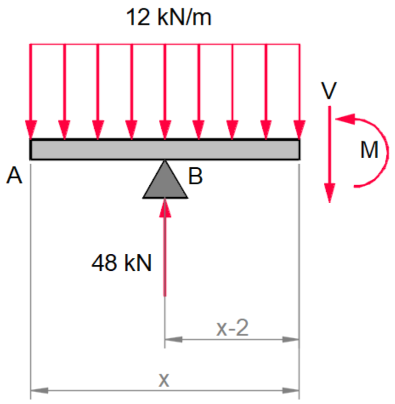
$$V_1 = \frac{dM_1}{dx} = -12x$$

$$x = 0 \Rightarrow V_1(0) = 0kN$$

$$x = 2 \Rightarrow V_1(2) = -24kN$$

CC BY NC SA

Sección 2 $2 \leq x \leq 4$



$$\sum M = 0 \Rightarrow$$

$$M - 48 \cdot (x-2) + 12 \cdot x \cdot \frac{x}{2} = 0$$

$$M_2 = -6x^2 + 48x - 96$$

$$x = 2 \Rightarrow M_2(2) = -24\mathrm{k}Nm$$

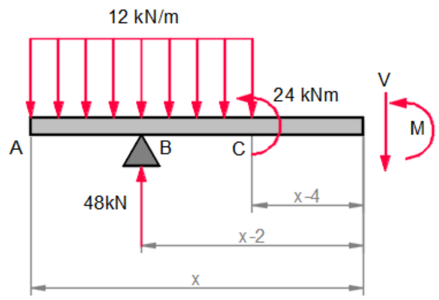
$$x = 4 \Rightarrow M_2(4) = 0\mathrm{k}Nm$$

$$V_2 = \frac{dM_2}{dx} = -12x + 48$$

$$x = 2 \Rightarrow V_2(2) = 24kN$$

$$x = 4 \Rightarrow V_2(4) = 0kN$$

Sección 3 $4 \leq x \leq 6$



$$\sum M = 0 \Rightarrow$$

$$M - 48 \cdot (x-2) + 12 \cdot 2 \cdot (x-2) + 24 = 0$$

$$M_3 = -24kNm$$

$$x = 4 \Rightarrow M_3(4) = -24\mathrm{k}Nm$$

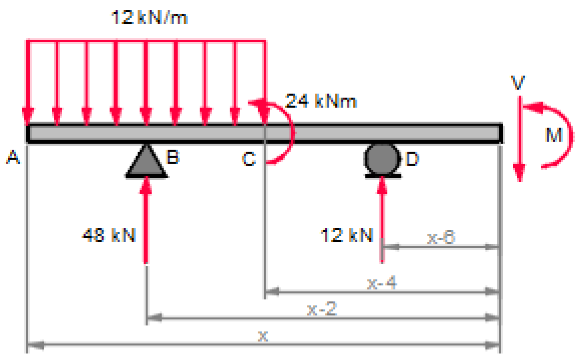
$$x = 6 \Rightarrow M_3(6) = -24\mathrm{k}Nm$$

$$V_3 = \frac{dM_3}{dx} = 0$$

$$x = 4 \Rightarrow V_3(4) = 0kN$$

$$x = 6 \Rightarrow V_3(6) = 0kN$$

Sección 4 $6 \leq x \leq 8$



$$\sum M = 0 \Rightarrow$$

$$M - 48 \cdot (x-2) + 12 \cdot 2 \cdot (x-2) - 12 \cdot (x-6) + 24 = 0$$

$$M_4 = 12x - 96$$

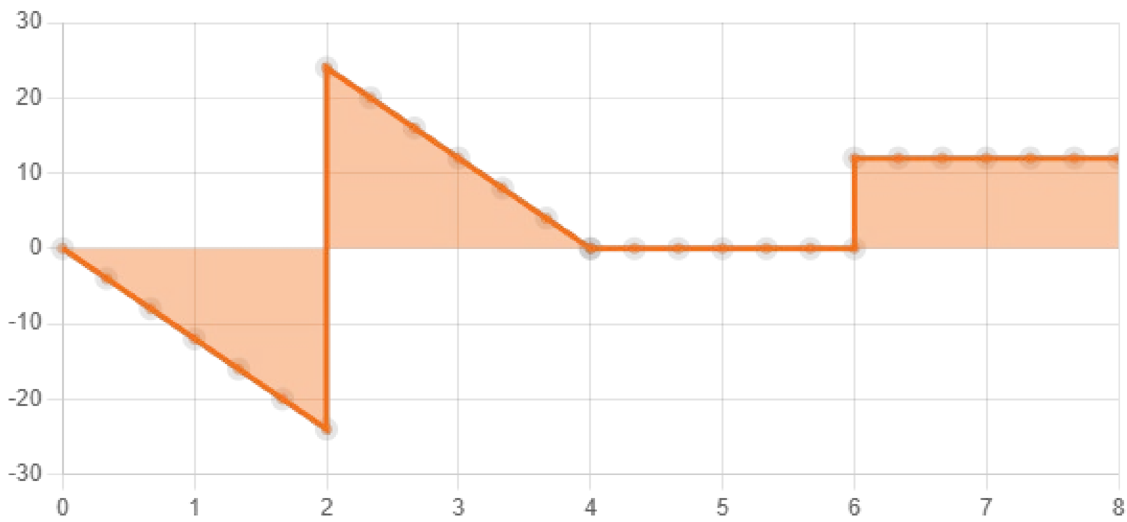
$$x = 6 \Rightarrow M_4(6) = -24\ \mathrm{k}Nm$$

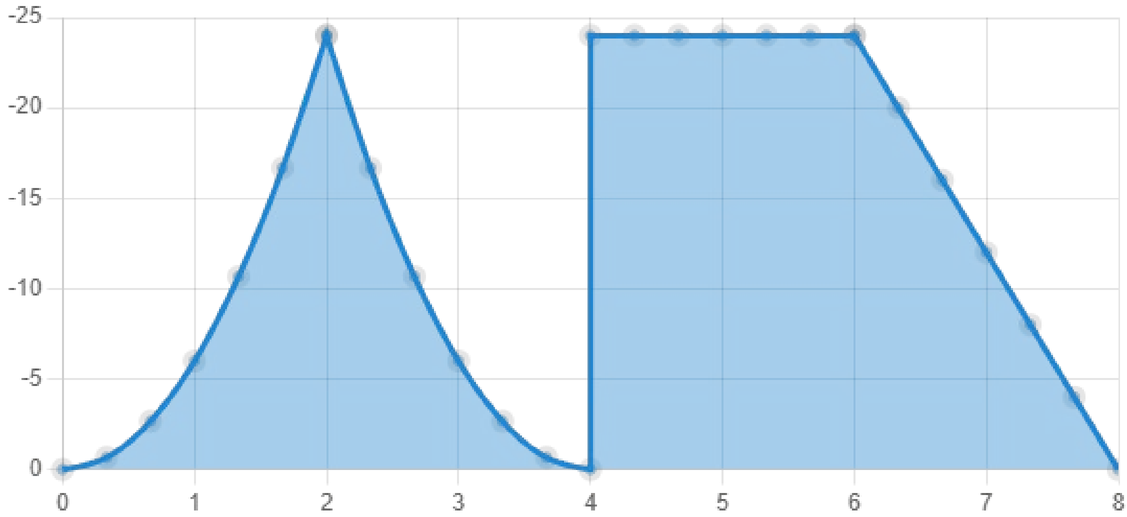
$$x = 8 \Rightarrow M_4(8) = 0\mathrm{k}Nm$$

$$V_4 = \frac{dM_4}{dx} = 12\ kN$$

$$x = 6 \Rightarrow V_4(6) = 12kN$$

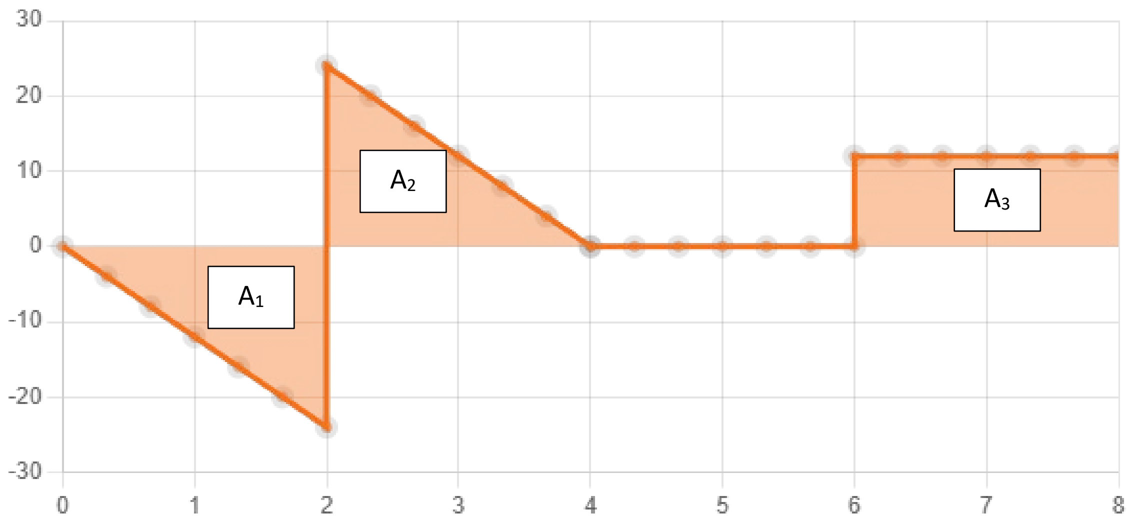
$$x = 8 \Rightarrow V_8(8) = 12kN$$





Para utilizar el método de las áreas, primero tenemos que dibujar el diagrama de esfuerzos cortantes a partir de las cargas y reacciones que tenemos en la viga.

En el extremo A tenemos la carga distribuida que para el punto A en 12kN/m·0m = 0 kN. Va creciendo hasta llegar al punto B, donde tiene un valor de 12kN/m·2m=24kN en sentido negativo. En el punto B tenemos la reacción vertical positiva de valor 48 kN. A partir de B tenemos la carga distribuida que para el punto C tomará un valor de 12 kn/m·2m=24 kN en sentido negativo. Entre el punto C y el D no hay cargas y se mantendrá constante el esfuerzo cortante. En D tenemos la reacción en el apoyo, positivo de valor 12 kN, valor que se mantendrá constante hasta el punto E en el que tenemos una carga puntual en sentido negativo de 12 kN. Nos encontramos entonces con tres áreas.



Calculamos el valor de las áreas:

$$A_1 = \frac{2m \cdot \text{-}24kN}{2} = -24kNm$$

CC BY NC SA

Al ser el momento flector:

$$\int V \cdot dx$$

El resultado de esta integral, al ser el esfuerzo cortante una recta, será una función de grado 2 (una parábola) de máximo -24 kNm

$$A_2 = \frac{2m \cdot 24kN}{2} = 24kNm$$

Que nos dará una función de grado 2 al integrarla, de máximo 24 kNm

$$-24kNm + 24kNm = 0$$

Llegamos al punto C donde tenemos un momento de 24 kNm que con el convenio de signos adoptado se restará. (-24 kNm)

Sumamos ahora el área 3

$$A_3 = 2m \cdot 12kN = 24kNm$$

En el último tramo, como es constante el esfuerzo cortante, el momento flector será una recta de pendiente negativa:

Que desciende hasta el punto 0 Nm (-24 kNm + 24kNm).