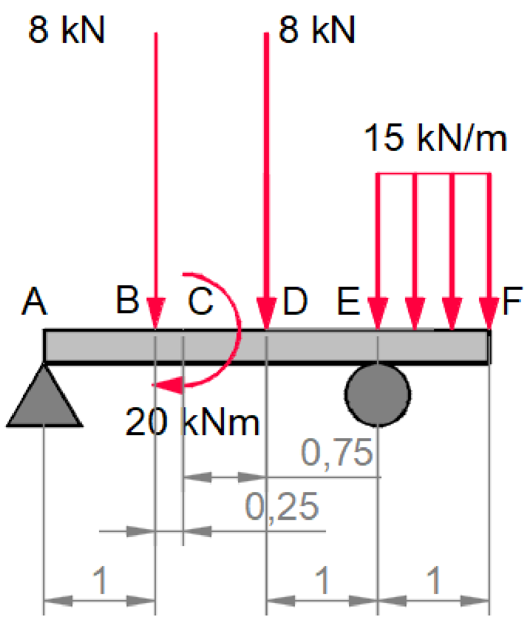
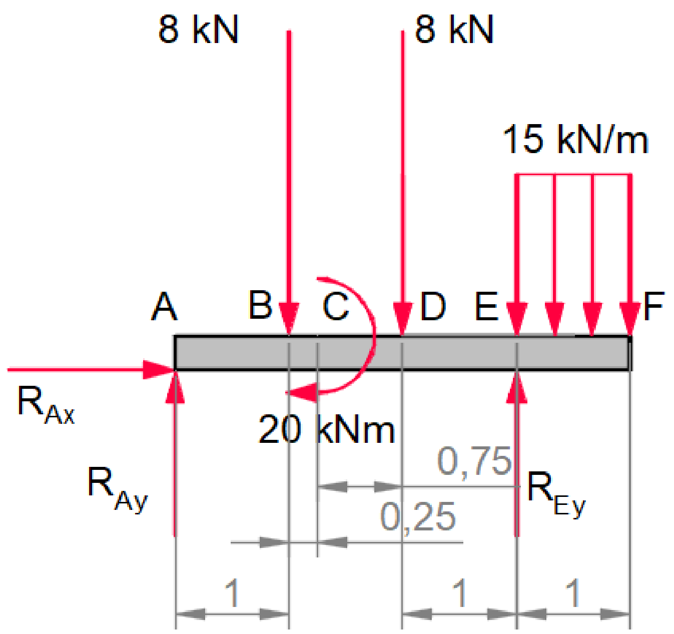
Para la siguiente viga dibuja el diagrama de esfuerzos cortantes y momentos flectores. Indica el momento flector máximo.



Comenzamos por calcular las reacciones en los apoyos. En el apoyo articulado hay dos grados de restricción, por lo que tenemos dos reacciones y en el móvil tenemos solo un grado de restricción, por lo que tenemos una sola reacción.

Para calcularlas dibujamos el diagrama del sólido libre.



Aplicamos las condiciones de equilibrio:

$$\sum F_X = 0 \Rightarrow R_{A_X} = 0KN$$

Tomamos momentos respecto del punto A:

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow -8kN \cdot 1m - 20kNm - 8kN \cdot 2m + 3 \cdot R_{E_y} - (15 \cdot 1kN) \cdot 3.5m = 0$$

$$R_{E_y} = 32.167kN$$

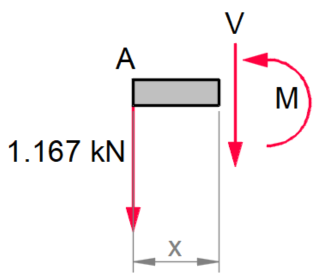
En la dirección del eje Y:

$$\sum F_Y = 0 \Rightarrow R_{A_y} - 8kN - 8kN + 32.167kN - (15N/m \cdot 1m) = 0$$

$$R_{A_y} = -1.167\mathrm{k}N$$

Utilizando el método de las secciones para calcular los momentos flectores y los esfuerzos cortantes:

<u>Sección 1</u> $0 \leq x \leq 1$



$$\sum M = 0 \Rightarrow$$

$$M + 1.167 \cdot x = 0$$

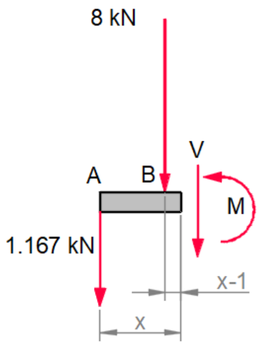
$$M_1 = -1.167x$$

$$x = 0 \Rightarrow M_1(0) = 0\mathrm{k}Nm$$

$$x = 1 \Rightarrow M_1(1) = -1.167\ \mathrm{k}Nm$$

$$V_1 = \frac{dM_1}{dx} = -1.167\ kN$$

<u>Sección 2</u> 1$\leq x \leq 1.25$



$$\sum M = 0 \Rightarrow$$

$$M + 1.167x + 8(x - 1) = 0$$

$$M + 1.167x + 8x - 8 = 0$$

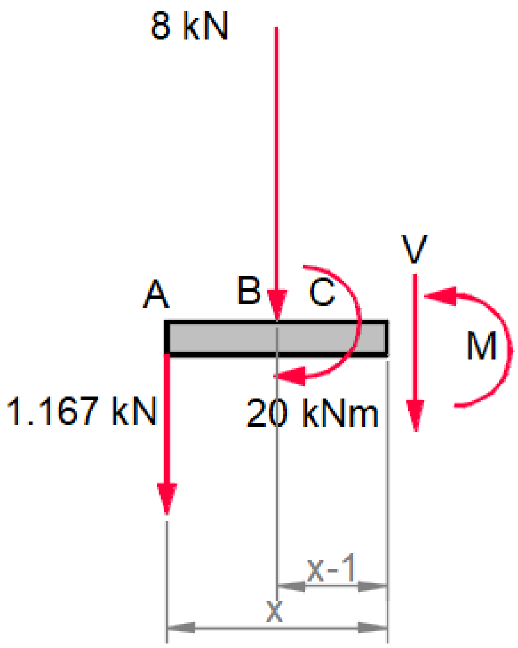
$$M_2 = -9.167x + 8$$

$$x = 1 \Rightarrow M_2(1) = -1.167\ kNm$$

$$x = 1.25 \Rightarrow M_2(1.25) = -3.459\ kNm$$

$$V_2 = \frac{dM_2}{dx} = --\ 9.167\ kN$$

<u>Sección 3</u> 1.25≤ $x \leq 2$



$$\sum \mathrm{M} = 0$$

$$M + 1.167x + 8(x-1) - 20 = 0$$

$$M + 1.167x + 8x - 8 - 20 = 0$$

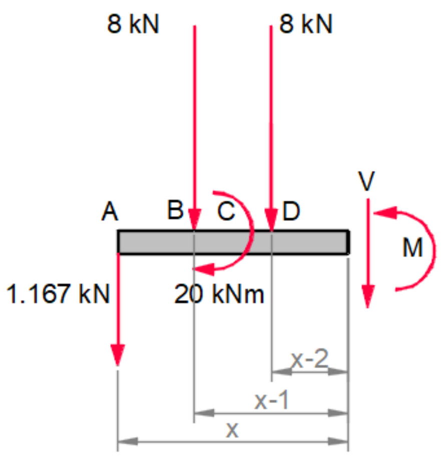
$$M_3 = -9.167x + 28$$

$$x = 1.25 \Rightarrow M_3(1.25) = 16.541kNm$$

$$x = 2 \Rightarrow M_3(2) = 9.666kNm$$

$$V_3 = \frac{dM_3}{dx} = -9.167\ kN$$

<u>Sección 4</u> $2 \leq x \leq 3$



$$\sum \mathrm{M} = 0$$

$$M + 1.167x + 8(x-1) + 8(x-2) - 20 = 0$$

$$M + 1.167x + 8x - 8 + 8x - 16 - 20 = 0$$

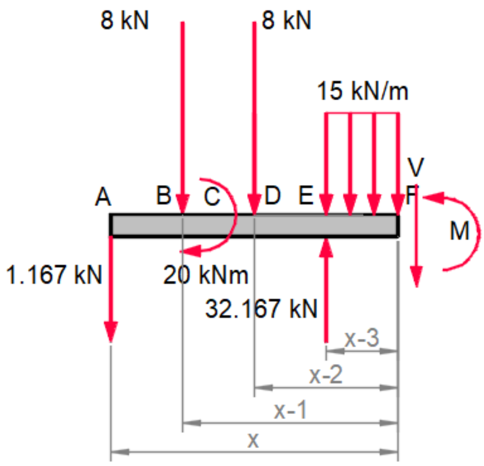
$$M_4 = -17.167x + 44$$

$$x = 2 \Rightarrow M_4(2) = 9.666kNm$$

$$x = 3 \Rightarrow M_4(3) = \text{-}7.5kNm$$

$$V_4 = \frac{dM_4}{dx} = -17.167\ kN$$

<u>Sección 5</u> $3 \leq x \leq 4$



$$\sum M = 0$$

$$M + 1.167x + 8(x-1) + 8(x-2) - 32.167(x-3) + 15\frac{(x-3)^2}{2} - 20 = 0$$

$$M + 1.167x + 8x - 8 + 8x - 16 - 32.167x + 96.501 + 7.5(x^2 - 6x + 9) - 20 = 0$$

$$M_4 = -7.5x^2 + 60x - 120$$

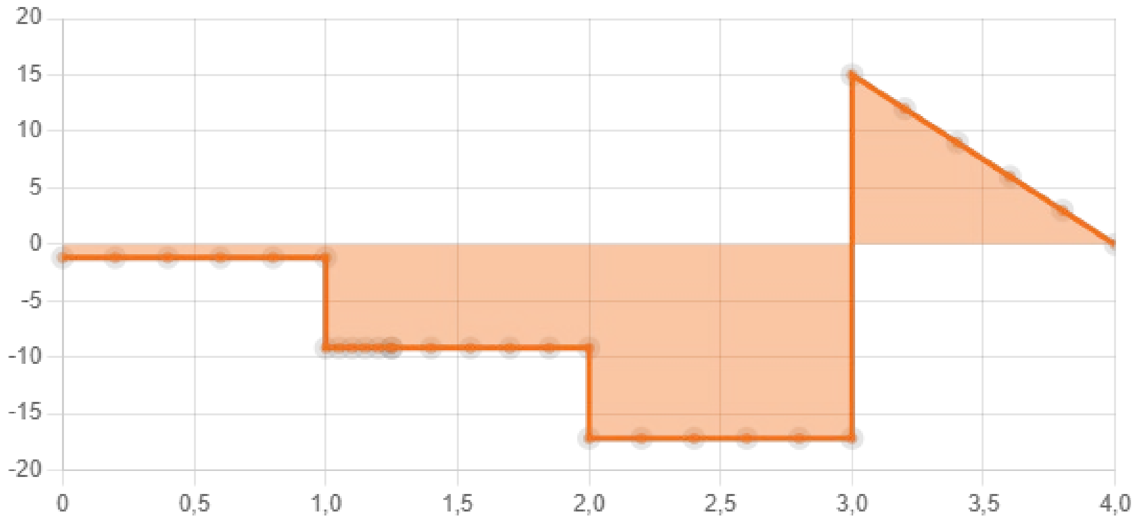
$$x = 3 \Rightarrow M_5(3) = \text{-}7.5kNm$$

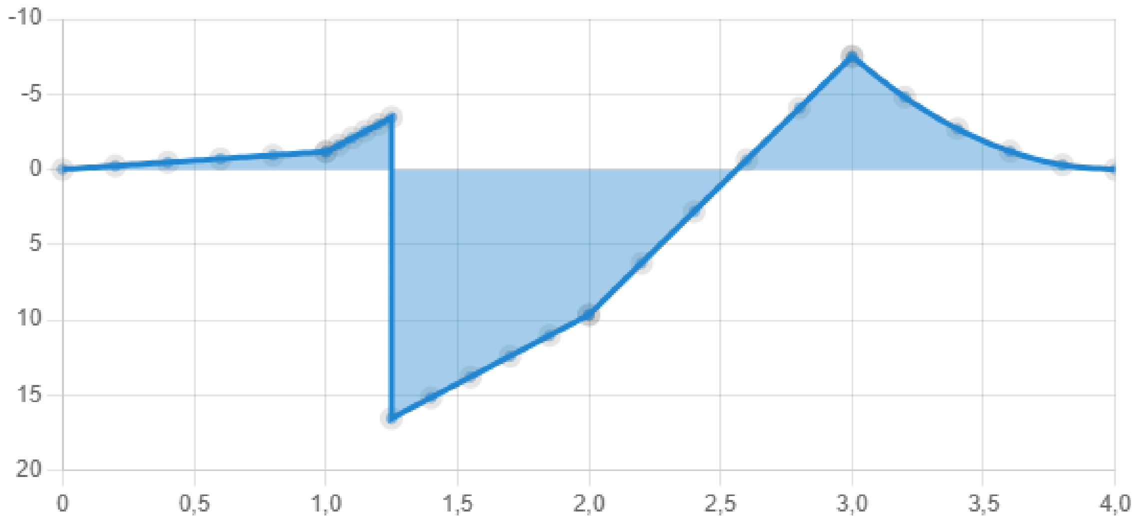
$$x = 4 \Rightarrow M_5(4) = 0kNm$$

$$V_5 = \frac{dM_5}{dx} = -15x + 60$$

$$x = 3 \Rightarrow V_5(3) = 15kN$$

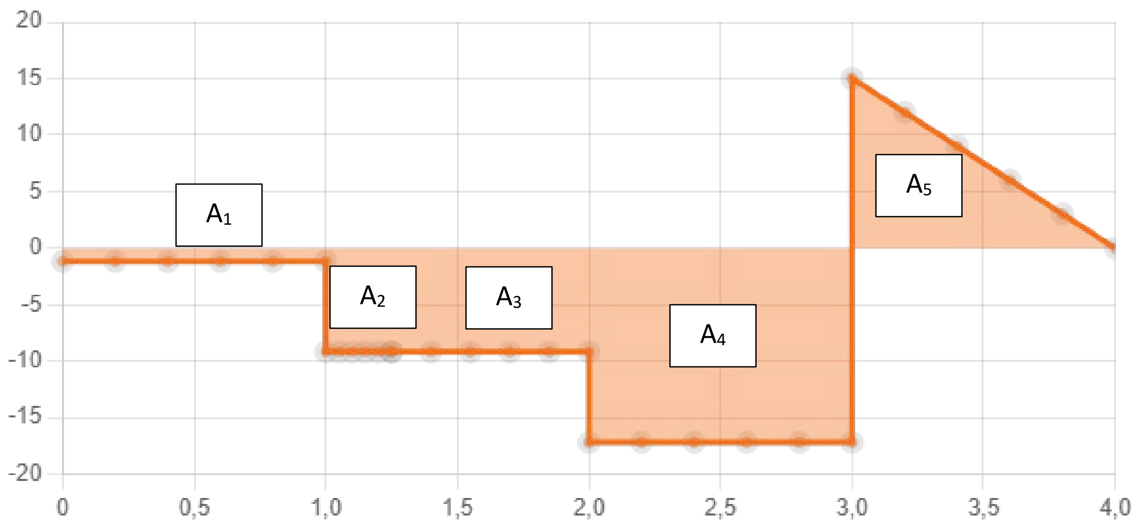
$$x = 4 \Rightarrow V_5(4) = 0kN$$





Para utilizar el método de las áreas, primero tenemos que dibujar el diagrama de esfuerzos cortantes a partir de las cargas y reacciones que tenemos en la viga.

En el extremo A tenemos la reacción en el apoyo de valor -1.167 kN. Se mantiene constante hasta el punto B. En el punto B tenemos una carga puntual de valor -8 kN, que hace descender el esfuerzo a -9.167 kN. En el punto C tenemos un momento de 20 kNm, que no afecta al esfuerzo cortante, por lo que se mantiene constante. En el punto D tenemos una carga puntual de -8 kN, que hace descender el esfuerzo al valor de -17.167 kN, esfuerzo que se mantendrá constante hasta el punto E, donde tenemos la reacción en el apoyo de valor 32.167 kN, que lleva el valor del esfuerzo cortante al valor 15 kN. A partir del punto E tenemos una carga distribuida de valor 15 kN que al final del tramo llega al valor 0.



Calculamos el valor de las áreas:

$$A_1 = \text{-1.167 kN} \cdot \text{1m} = \text{-1.167 kNm}$$

Al ser el momento flector:

$$\int V \cdot dx$$

El resultado de esta integral, al ser el esfuerzo cortante una constante, será una función de grado 1 (una recta) de pendiente negativa.

$$A_2 = -9.167kN \cdot 0.25m = -2.292kNm$$

$$-1.167\ kNm - 2.292kNm = -3.459kNm$$

Al ser una constante, el momento flector será una recta de pendiente negativa.

Añadimos el momento del punto C de valor 20 kNm

$$-3.459kNm + 20kNm = 16.541kNm$$

$$A_3 = -9.167kN \cdot 0.75m = -6.875kNm$$

$$16.541kNm - 6.875kNm = 9.666kNm$$

Al ser una constante, el momento flector será una recta de pendiente negativa.

$$A_4 = -17.167kN \cdot 1m = -17.167kNm$$

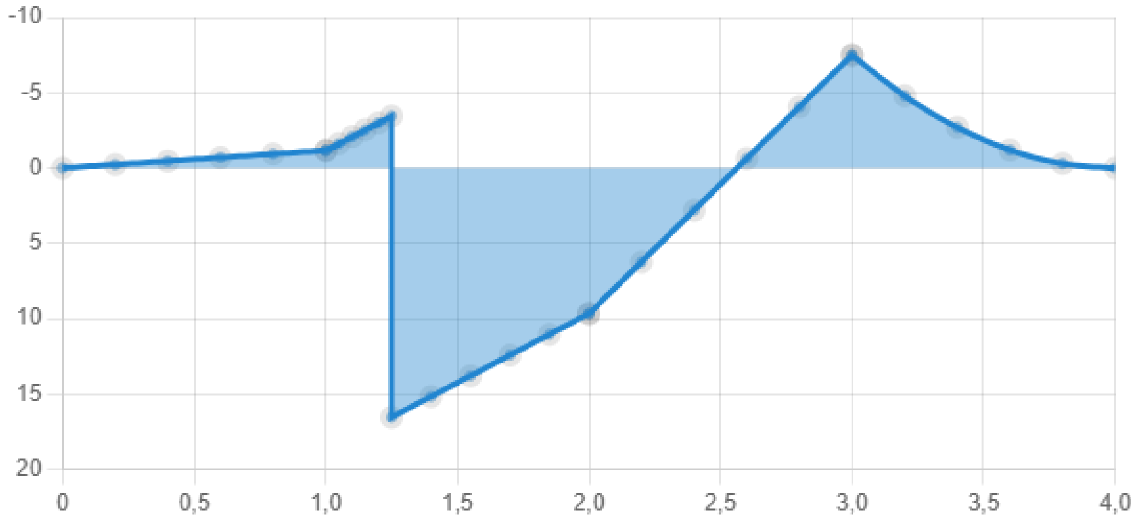
$$\text{9.666kNm-17.167kNm} = \text{-7.5kNm}$$

Al ser una constante, el momento flector será una recta de pendiente negativa.

$$A_5 = \frac{1m \cdot 15kN/m}{2} = 7.5kNm$$

$$-7.5kNm + 7.5kNm = 0$$

Subimos un grado, será una función cuadrática.


-10
-5
0
5
10
15
20
0
0,5
1,0
1,5
2,0
2,5
3,0
3,5
4,0