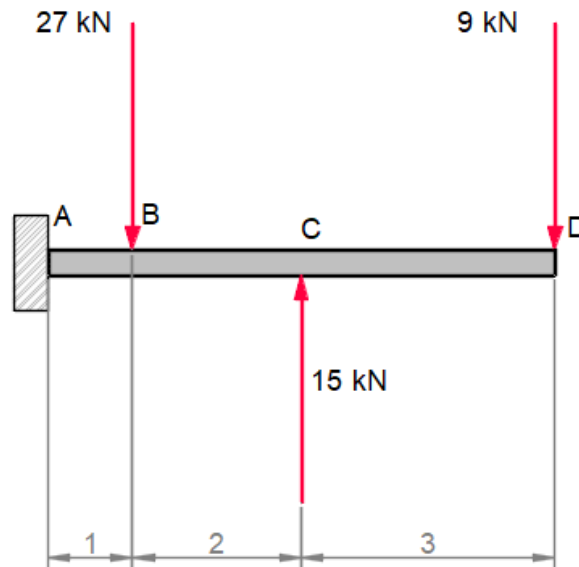
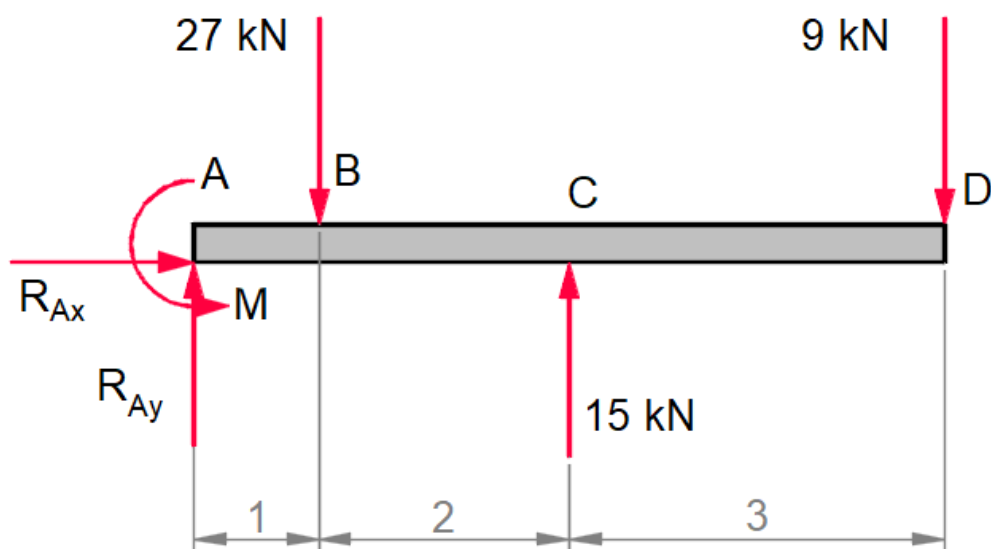


Para la siguiente viga dibuja el diagrama de esfuerzos cortantes y momentos flectores. Indica el momento flector máximo.



Comenzamos por calcular las reacciones en el apoyo. En el empotramiento tenemos tres restricciones, por lo que tenemos fuerzas de reacción en cada eje y un momento de reacción ya que impide la rotación.

Para calcularlas dibujamos el diagrama del sólido libre.



Aplicamos las condiciones de equilibrio:

$$\sum F_X = 0 \Rightarrow R_{Ax} = 0 \text{ kN}$$

Tomamos momentos respecto del punto A:

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow M_A - 27 \text{ kN} \cdot 1 \text{ m} + 15 \text{ kN} \cdot 3 \text{ m} - 9 \text{ kN} \cdot 6 \text{ m} = 0$$

$$M_A = 36 \text{ kNm}$$

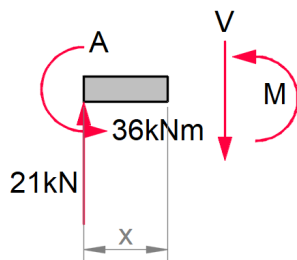
En la dirección del eje Y:

$$\sum F_Y = 0 \Rightarrow R_{Ay} - 27 \text{ kN} + 15 \text{ kN} - 9 \text{ kN} = 0$$

$$R_{Ay} = 21 \text{ kN}$$

Utilizando el método de las secciones para calcular los momentos flectores y los esfuerzos cortantes:

Sección 1 $0 \leq x \leq 1$



$$\sum M = 0 \Rightarrow$$

$$M - 21x + 36 = 0$$

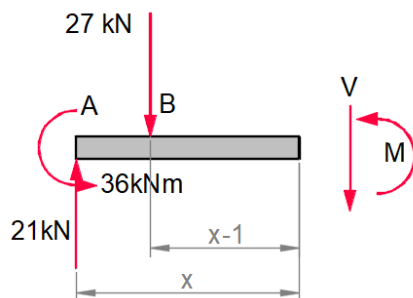
$$M_1 = 21x - 36$$

$$x = 0 \Rightarrow M_1(0) = -36 \text{ kNm}$$

$$x = 1 \Rightarrow M_1(1) = -15 \text{ kNm}$$

$$V_1 = \frac{dM_1}{dx} = 21 \text{ kN}$$

Sección 2 $1 \leq x \leq 3$



$$\sum M = 0 \Rightarrow$$

$$M - 21x + 27(x - 1) + 36 = 0$$

$$M - 21x + 27x - 27 + 36 = 0$$

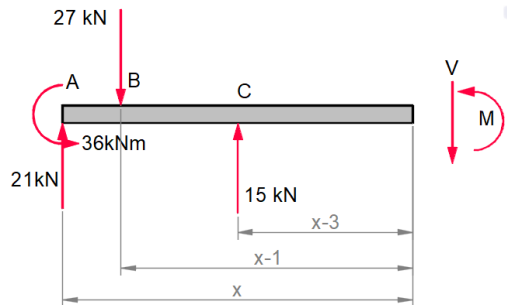
$$M_2 = -6x - 9$$

$$x = 1 \Rightarrow M_2(1) = -15 \text{ kNm}$$

$$x = 3 \Rightarrow M_2(3) = -27 \text{ kNm}$$

$$V_2 = \frac{dM_2}{dx} = -6 \text{ kN}$$

Sección 3 $3 \leq x \leq 6$



$$\sum M = 0$$

$$M - 21x + 27(x - 1) - 15(x - 3) + 36 = 0$$

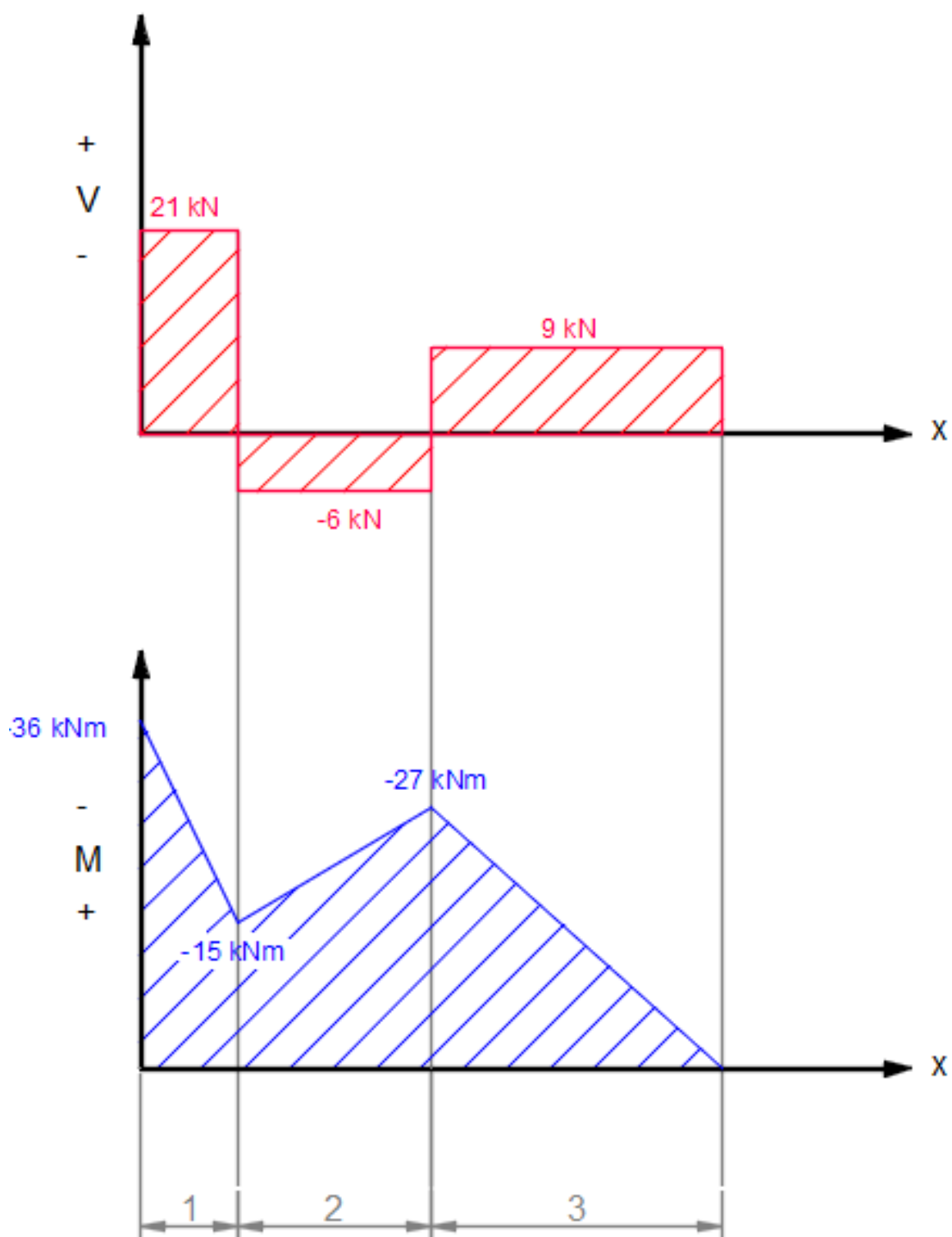
$$M - 21x + 27x - 27 - 15x + 45 + 36 = 0$$

$$M_3 = 9x - 54$$

$$x = 3 \Rightarrow M_3(3) = -27 \text{ kNm}$$

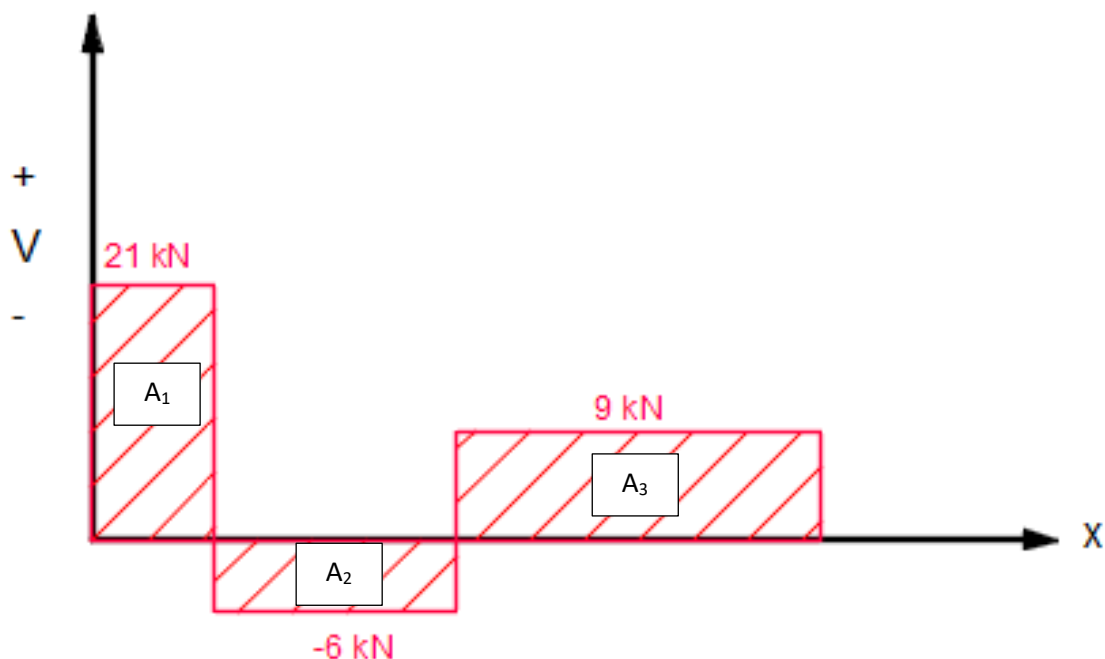
$$x = 6 \Rightarrow M_3(6) = 0 \text{ kNm}$$

$$V_3 = \frac{dM_3}{dx} = 9 \text{ kN}$$



Para utilizar el método de las áreas, primero tenemos que dibujar el diagrama de esfuerzos cortantes a partir de las cargas y reacciones que tenemos en la viga.

En el extremo A tenemos la reacción en el empotramiento de valor 21 kN, que se mantiene constante hasta el punto B, donde la carga puntual de 27 kN hace descender el esfuerzo hasta -6 kN. Este valor se mantiene constante hasta el punto C en el que la carga puntual de 15 kN hace subir el esfuerzo hasta el valor de 9 kN. Se mantiene constante hasta el punto D, en el que la carga de 9kN hace llegar el valor a 0.



Calculamos el valor de las áreas:

$$A_1 = 21 \text{ kN} \cdot 1\text{m} = 21 \text{ kNm}$$

Al ser el momento flector:

$$\int V \cdot dx$$

El resultado de esta integral, al ser el esfuerzo cortante una constante, será una función de grado 1 (una recta) de pendiente negativa.

Partimos de un valor negativo de momento de valor -36 kNm en el empotramiento, por tanto:

$$-36 \text{ kNm} + 21 \text{ kNm} = -15 \text{ kNm}$$

$$A_2 = -6 \text{ kNm} \cdot 2\text{m} = -12 \text{ kNm}$$

Al ser una constante, el momento flector será una recta de pendiente positiva

$$-15 \text{ kNm} - 12 \text{ kNm} = -27 \text{ kNm}$$

$$A_3 = 9 \text{ kN} \cdot 3\text{m} = 27\text{kNm}$$

Al ser una constante, el momento flector será una recta de pendiente negativa.

$$-24 \text{ kNm} + 27 \text{ kNm} = 0$$

