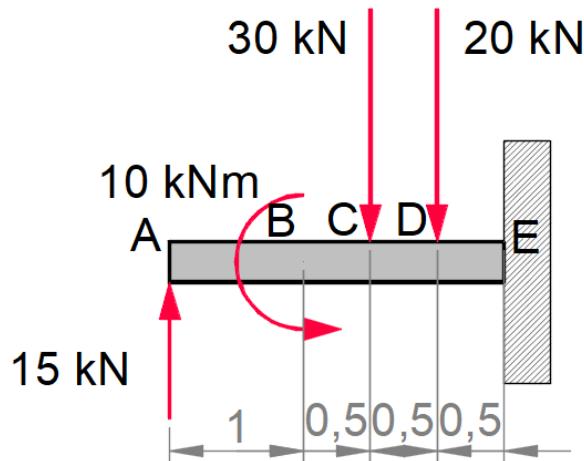
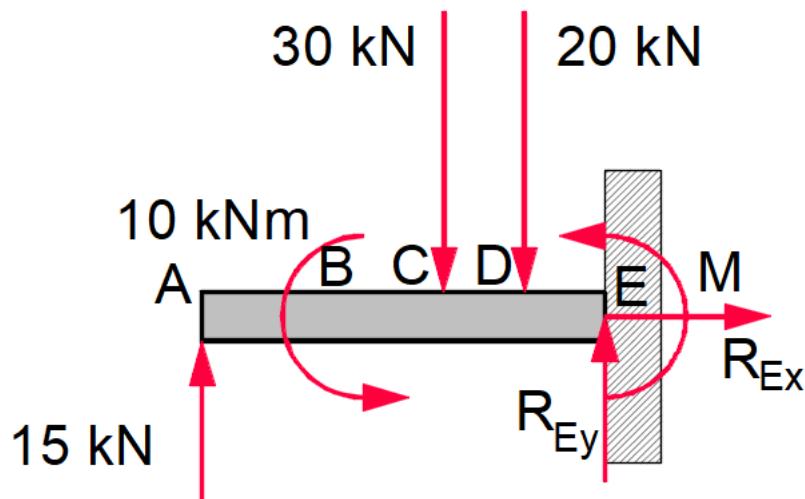


Para la siguiente viga dibuja el diagrama de esfuerzos cortantes y momentos flectores. Indica el momento flector máximo.



Comenzamos por calcular las reacciones en el apoyo. En el empotramiento tenemos tres restricciones, por lo que tenemos fuerzas de reacción en cada eje y un momento de reacción ya que impide la rotación.

Para calcularlas dibujamos el diagrama del sólido libre.



Aplicamos las condiciones de equilibrio:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow R_{Ex} = 0 \text{ KN}$$

Tomamos momentos respecto del punto E:

$$\sum M_E = 0 \Rightarrow M_E + 20\text{kN} \cdot 0.5\text{m} + 30\text{kN} \cdot 1\text{m} + 10\text{kNm} - 15\text{kN} \cdot 2.5\text{m} = 0$$

$$M_B = -12.5 \text{ kNm}$$

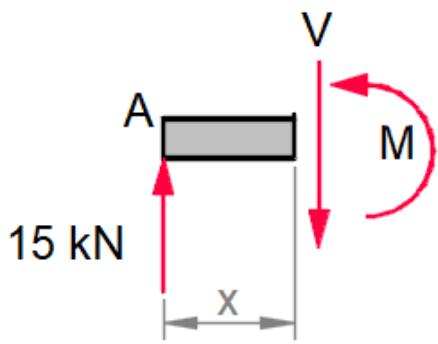
En la dirección del eje Y:

$$\sum F_Y = 0 \Rightarrow 15\text{kN} - 30\text{kN} - 20\text{kN} + R_{E_y} = 0$$

$$R_{E_y} = 35 \text{ kN}$$

Utilizando el método de las secciones para calcular los momentos flectores y los esfuerzos cortantes:

Sección 1 $0 \leq x \leq 1$



$$\sum M = 0$$

$$M - 15x = 0$$

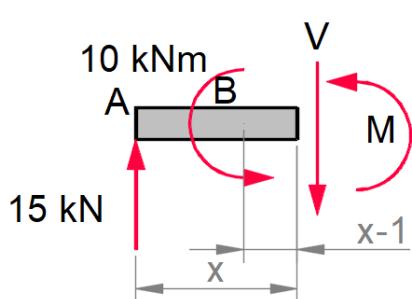
$$M_1 = 15x$$

$$x = 0 \Rightarrow M_1(0) = 0 \text{ kNm}$$

$$x = 1 \Rightarrow M_1(1) = 15 \text{ kNm}$$

$$V_1 = \frac{dM_1}{dx} = 15 \text{ kN}$$

Sección 2 $1 \leq x \leq 1.5$



$$\sum M = 0$$

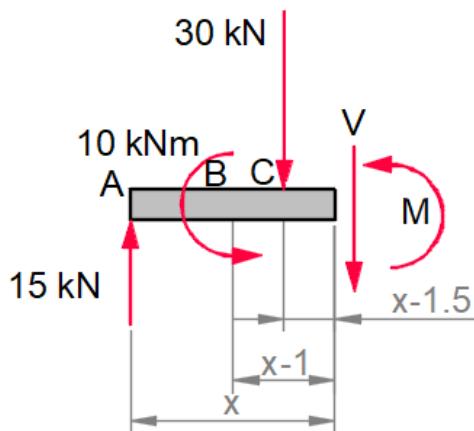
$$M - 15x + 10 = 0$$

$$M_2 = 15x - 10$$

$$x = 1 \Rightarrow M_2(1) = 5 \text{ kNm}$$

$$x = 1.5 \Rightarrow M_2(1.5) = 12.5 \text{ kNm}$$

$$V_2 = \frac{dM_2}{dx} = 15 \text{ kN}$$

Sección 3 $1.5 \leq x \leq 2$ 

$$\sum M = 0$$

$$M - 15x + 10 + 30(x - 1.5) = 0$$

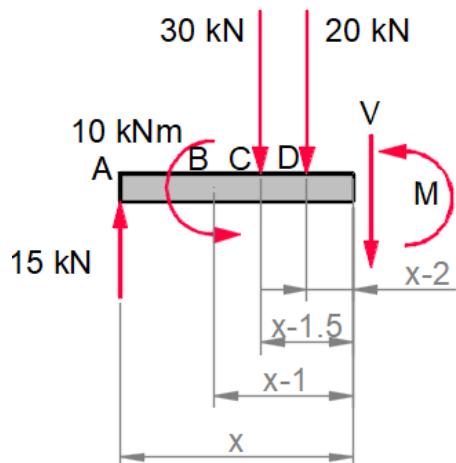
$$M - 15x + 10 + 30x - 45 = 0$$

$$M_3 = -15x + 35$$

$$x = 1.5 \Rightarrow M_3(1.5) = 12.5 \text{ kNm}$$

$$x = 2 \Rightarrow M_3(2) = 5 \text{ kNm}$$

$$V_3 = \frac{dM_3}{dx} = -15 \text{ kN}$$

Sección 4 $2 \leq x \leq 2.5$ 

$$\sum M = 0$$

$$M - 15x + 10 + 30(x - 1.5) + 20(x - 2) = 0$$

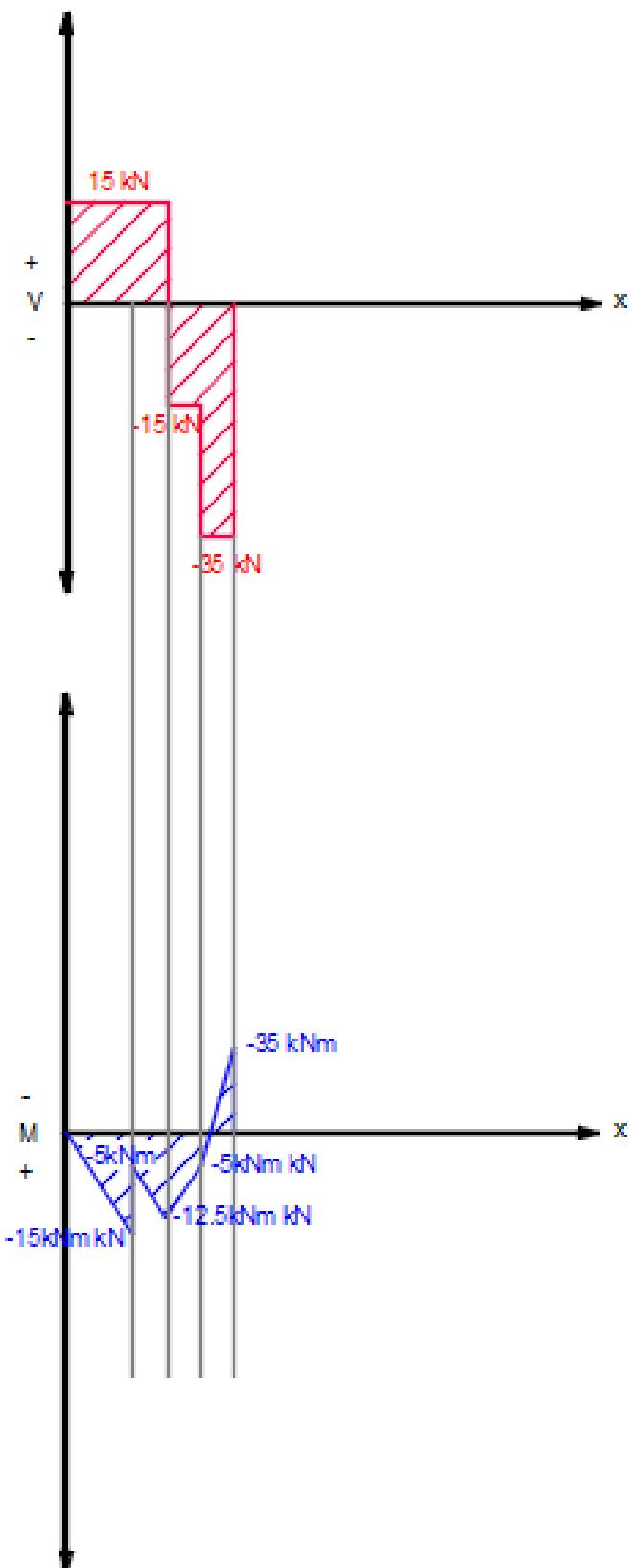
$$M - 15x + 10 + 30x - 45 + 20 - 40 = 0$$

$$M_4 = -35x + 75$$

$$x = 2 \Rightarrow M_4(2) = 5 \text{ kNm}$$

$$x = 2.5 \Rightarrow M_4(2.5) = -12.5 \text{ kNm}$$

$$V_4 = \frac{dM_4}{dx} = -35 \text{ kN}$$



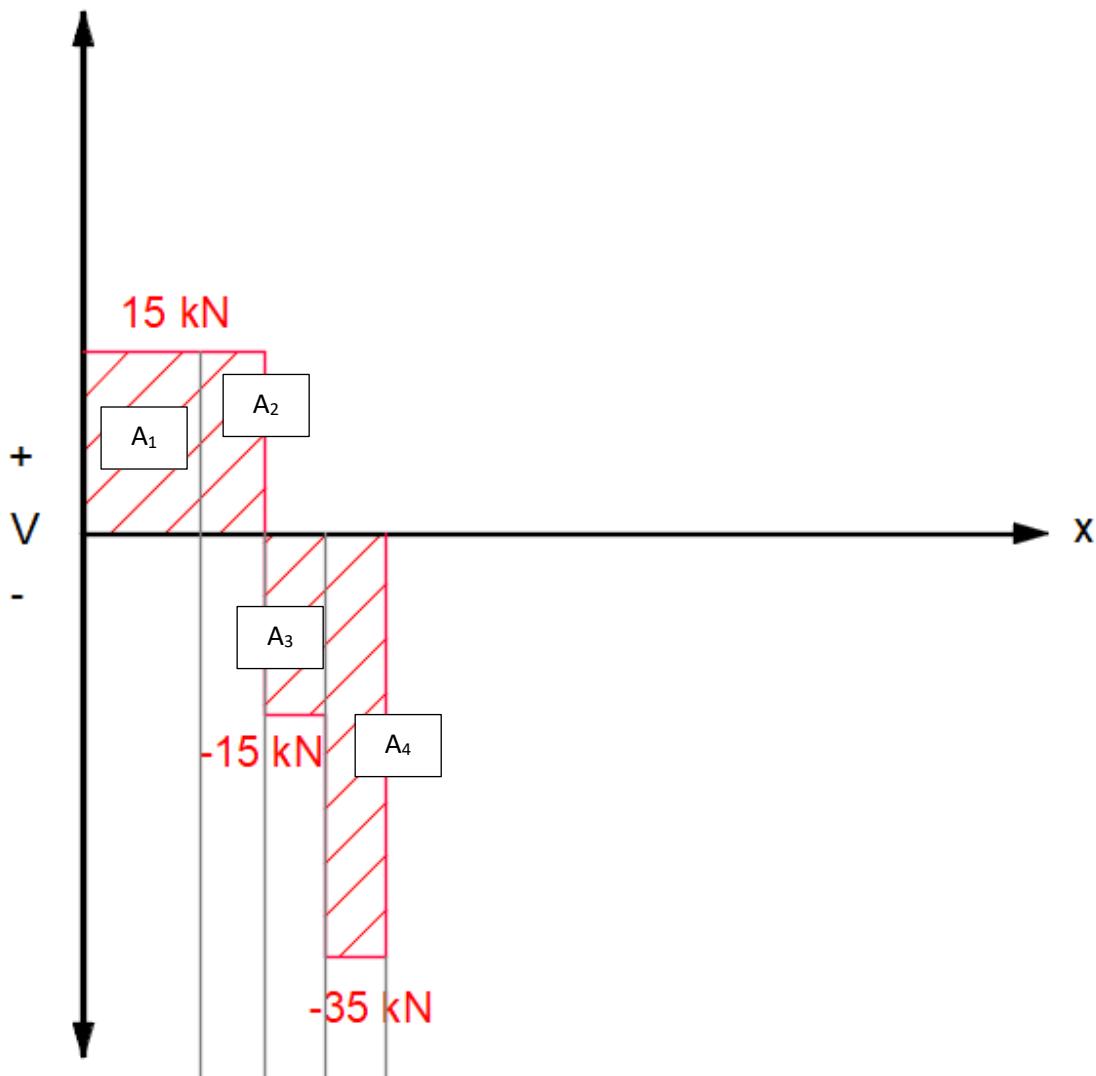
Para utilizar el método de las áreas, primero tenemos que dibujar el diagrama de esfuerzos cortantes a partir de las cargas y reacciones que tenemos en la viga.

En el extremo A tenemos una carga puntual hacia arriba de 15 kN que se mantiene constante hasta el punto C.

En el punto C tenemos una carga puntual negativa de 30 kN, por lo cual descendemos hasta -15 kN, que se mantiene constante hasta el punto D.

En el punto D tenemos una carga puntual negativa de 20 kN, por lo cual descendemos hasta -35 kN, que se mantiene constante hasta el punto E.

En el punto E tenemos la reacción vertical positiva de 35 kN, por lo que llegamos al valor 0.



Calculamos el valor de las áreas:

$$A_1 = 1\text{m} \cdot 15\text{ kN} = 15\text{ kNm}$$

Al ser el momento flector:

$$\int V \cdot dx$$

El resultado de esta integral, al ser el esfuerzo cortante una constante, será una función de grado 1, una recta de pendiente negativa.

En el punto B tenemos un momento negativo de 10 kNm. Al restarlo a los 15 kNm tenemos:

$$M = 5\text{kNm}$$

$$A_2 = 0.5\text{m} \cdot 15\text{kN} = 7.5\text{kN}$$

Tenemos una recta de pendiente negativa. Al sumarlo al anterior tenemos.

$$M = 5\text{kNm} + 7.5\text{kNm} = 12.5\text{kNm}$$

$$A_3 = 0.5\text{m} \cdot -15\text{kN} = -7.5\text{kNm}$$

Tenemos una recta de pendiente positiva. Al sumarlo al anterior tenemos:

$$M = 12.5\text{kNm} - 7.5\text{kNm} = 5\text{kNm}$$

$$A_4 = 0.5\text{m} \cdot -35\text{kN} = -17.5\text{kNm}$$

Tenemos una recta de pendiente positiva. Al sumarlo al anterior tenemos:

$$M = 5\text{kNm} - 17.5\text{kNm} = -12.5\text{kNm}$$

En el extremo tenemos un par de 12.5 kNm que al sumarlo lleva al momento flector al valor 0.

