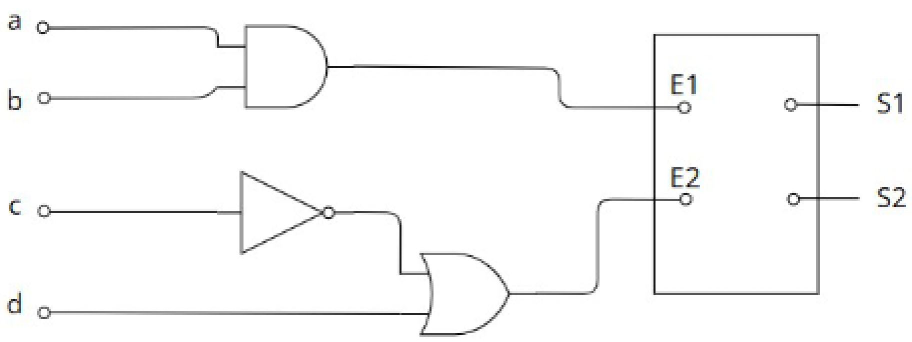
Dado el circuito de la figura.



Y sabiendo que se cumple la siguiente tabla de verdad para sus dos salidas:

E_1	E_2	$S1$	$S2$
0	0	0	1
1	0	$E1$	$\overline{E1}$
0	1	$\overline{E2}$	$\overline{E2}$
1	1	1	1

a. Obtener la tabla de verdad y las funciones booleanas sin simplificar de S_1 y S_2, expresadas en forma de suma de productos.
b. Obtener la ecuación simplificada como suma de productos de la salida S_2 mediante Karnaugh y representar su circuito con puertas lógicas.
c. Para la función booleana siguiente, simplificar dicha función aplicando los postulados de Boole.

$$F = a \cdot b + a \cdot \overline{b} \cdot \overline{c} + a \cdot \overline{c} + b \cdot c + c \cdot a \cdot b + a \cdot \overline{b} \cdot \overline{c} + a \cdot \overline{c} + b \cdot c + c$$

d. Representar la función dada mediante puertas NAND de dos entradas.

a. Tenemos cuatro entradas a, b, c y d y dos entradas intermedias E_1 y E_2 cuyas expresiones lógicas son:

$$E_1 = a \cdot b$$

$$E_2 = \overline{c} + d$$

La tabla de verdad para las salidas S_1 y S_2 con las condiciones de E_1 y E_2

a	b	c	d	E_1	E_2	S_1	S_2
0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	1	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0	0	1
0	0	1	1	0	1	0	0
0	1	0	0	0	1	0	0
0	1	0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0	0	1
0	1	1	1	0	1	0	0
1	0	0	0	0	1	0	0
1	0	0	1	0	1	0	0
1	0	1	0	0	0	0	1
1	0	1	1	0	1	0	0
1	1	0	0	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1	1	1
1	1	1	0	1	0	1	0
1	1	1	1	1	1	1	1

$$S_1 = \left(a \cdot b \cdot \overline{c} \cdot \overline{d}\right) + \left(a \cdot b \cdot \overline{c} \cdot d\right) + \left(a \cdot b \cdot c \cdot \overline{d}\right) + \left(a \cdot b \cdot c \cdot d\right)$$

$$S_2 = \left(\overline{a} \cdot \overline{b} \cdot c \cdot \overline{d}\right) + \left(\overline{a} \cdot b \cdot c \cdot \overline{d}\right) + \left(a \cdot \overline{b} \cdot c \cdot \overline{d}\right) + \left(a \cdot b \cdot \overline{c} \cdot \overline{d}\right) + \left(a \cdot b \cdot \overline{c} \cdot d\right) + \left(a \cdot b \cdot c \cdot d\right)$$

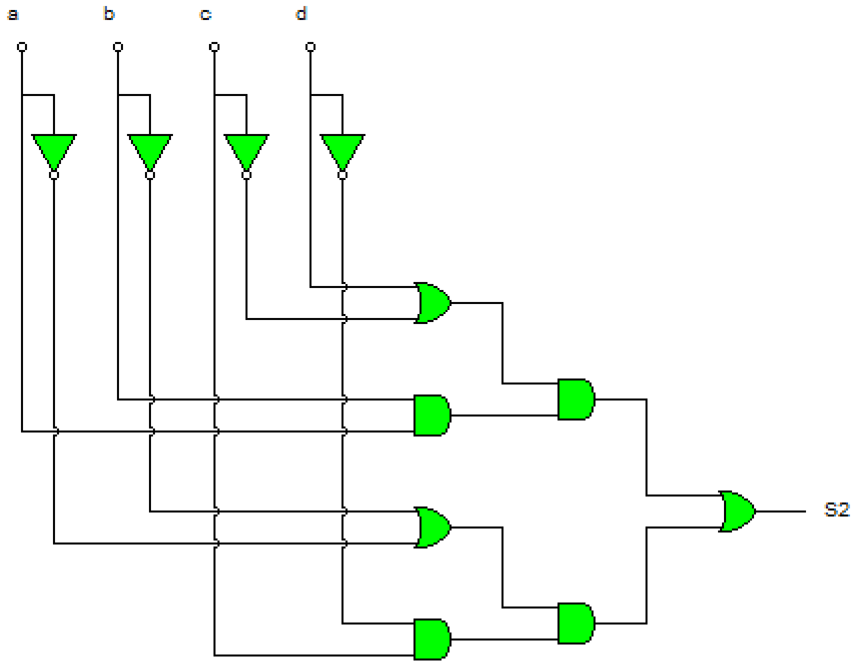
b. Utilizamos Karnaugh para simplificar S_2:

ab \ cd	00	01	11	10
00				1
01				1
11	1	1	1	
10				1

$$S_2 = a \cdot b \cdot \overline{c} + a \cdot b \cdot d + \overline{a} \cdot c \cdot \overline{d} + \overline{b} \cdot c \cdot \overline{d} =$$

$$= a \cdot b \cdot \left(\overline{c} + d\right) + c \cdot \overline{d} \cdot \left(\overline{a} + \overline{b}\right)$$

Cuya representación con puertas lógicas es:



c. Aplicando los postulados booleanos simplificamos la función F:

$$F = a \cdot b + a \cdot \overline{b} \cdot \overline{c} + a \cdot \overline{c} + b \cdot c + c \cdot a \cdot b + a \cdot \overline{b} \cdot \overline{c} + a \cdot \overline{c} + b \cdot c + c$$

- Aplicando idempotencia: $X + X = X$ eliminamos $a \cdot \overline{b} \cdot \overline{c}; b \cdot c; a \cdot \overline{c}$

$$F = a \cdot b + a \cdot \overline{b} \cdot \overline{c} + a \cdot \overline{c} + b \cdot c + c \cdot a \cdot b + c$$

- Aplicando Ley de Absorción: $ab + abc = ab$

$$F = a \cdot b + a \cdot \overline{b} \cdot \overline{c} + a \cdot \overline{c} + b \cdot c + c$$

- Aplicando Ley de Absorción: $a\overline{b}\overline{c} + a\overline{c} = a\overline{c}$

$$F = a \cdot b + a \cdot \overline{c} + b \cdot c + c$$

- Aplicando Ley de Absorción: $c + bc = c$

$$F = a \cdot b + a \cdot \overline{c} + c$$

- Aplicando Ley de Absorción clave: $c + a\overline{c} = a + c$

$$F = a \cdot b + a + c$$

- Aplicando Ley de Absorción: $a + ab = a$

$$F = a + c$$

d. Para la representación de la función anterior con puertas NAND de dos entradas aplicamos la Leyes de De Morgan:

$$F = \overline{\overline{a + c}} = \overline{\overline{a} \cdot \overline{c}}$$