

Determine los valores de H_1 , H_2 y H_3 en función de G_1 y G_2 , para que ambos sistemas de control sean equivalentes.

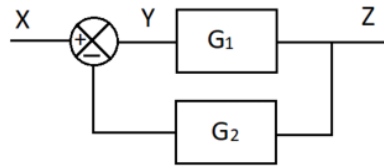


Figura a.

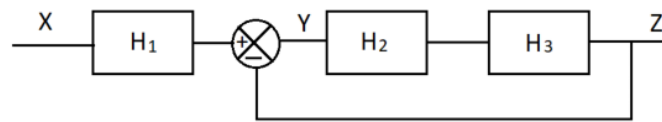


Figura b.

Para que dos sistemas de control sean equivalentes, sus funciones de transferencia globales (Z/X) y las relaciones entre sus señales internas deben ser idénticas.

Analizamos en primer lugar el sistema de la figura a. Se trata de un lazo de realimentación normal.

$$Y = X - Z \cdot G_2$$

$$Z = Y \cdot G_1$$

Tenemos entonces que:

$$Z = (X - Z \cdot G_2) \cdot G_1 \Rightarrow Z = X \cdot G_1 - Z \cdot G_1 \cdot G_2$$

$$Z \cdot (1 + G_1 \cdot G_2) = X \cdot G_1 \Rightarrow \frac{Z}{X} = \frac{G_1}{1 + G_1 \cdot G_2}$$

Analizamos ahora el sistema de la figura b.

$$Y = X \cdot H_1 - Z$$

$$Z = Y \cdot H_2 \cdot H_3$$

Luego la función de transferencia global del sistema de la figura b será:

$$Z = (X \cdot H_1 - Z) \cdot H_2 \cdot H_3 \Rightarrow Z = X \cdot H_1 \cdot H_2 \cdot H_3 - Z \cdot H_2 \cdot H_3$$

$$Z(1 + H_2 \cdot H_3) = X \cdot H_1 \cdot H_2 \cdot H_3 \Rightarrow \frac{Z}{X} = \frac{H_1 \cdot H_2 \cdot H_3}{1 + H_2 \cdot H_3}$$

Igualemos ambos sistemas para que sean equivalentes:

$$\frac{G_1}{1 + G_1 \cdot G_2} = \frac{H_1 \cdot H_2 \cdot H_3}{1 + H_2 \cdot H_3}$$

Igualemos los denominadores:

$$1 + H_2 \cdot H_3 = 1 + G_1 \cdot G_2 \Rightarrow H_2 \cdot H_3 = G_1 \cdot G_2$$

Igualemos ahora los numeradores:



$$H_1 \cdot H_2 \cdot H_3 = G_1 \Rightarrow H_1 \cdot (G_1 \cdot G_2) = G_1$$

$$H_1 \cdot G_2 = 1 \Rightarrow H_1 = \frac{1}{G_2}$$

Tan solo sabemos que $H_2 \cdot H_3 = G_1 \cdot G_2$ Por tanto la forma más fácil de cumplirlo es:

$$H_2 = G_1$$

$$H_3 = G_2$$

Luego para que los dos sistemas sean equivalentes tenemos que:

$$H_1 = \frac{1}{G_2}$$

$$H_2 = G_1$$

$$H_3 = G_2$$

Realizamos una verificación para ver si estamos en lo cierto:

$$\begin{aligned} \frac{Z}{X} &= \frac{H_1 \cdot H_2 \cdot H_3}{1 + H_2 \cdot H_3} = H_1 \cdot \frac{H_2 \cdot H_3}{1 + H_2 \cdot H_3} = \\ &= \frac{1}{G_2} \cdot \frac{G_1 \cdot G_2}{1 + G_1 \cdot G_2} = \frac{G_2}{1 + G_1 \cdot G_2} \end{aligned}$$