En una factoría de componentes electrónicos, el Consejo de Administración está formado por una junta de 4 miembros, que toma decisiones mediante un sistema de votación electrónico.

Este sistema se acciona mediante cuatro interruptores **A, B, C** y **D**. Las votaciones salen adelante cuando el número de interruptores accionados supera al de no accionados, o en caso de empate, el interruptor **A** está accionado (voto de calidad). Si la votación sale adelante se enciende una lámpara **L1**. Además se enciende una lámpara **L2** en caso de empate sean cuales sean los votos emitidos.

Se pide:

a. Elaborar la tabla de verdad de las funciones correspondientes al encendido de la lámpara **L1** y **L2**.
b. Indicar la función canónica en forma de MAXTERMS para **L1** y en forma de MINTERMS para la **L2**.
c. Simplificar ambas funciones mediante el método de Karnaugh.
d. Implementar el circuito con puertas lógicas de la función **L1** utilizando solo puertas NOR.
e. Implementar el circuito con puertas lógicas de la función **L2** utilizando solo puertas NAND

a. La tabla de verdad con las condiciones del enunciado:

| A | B | C | D | L1 | L2 |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |

b. Para L1, como nos piden la forma canónica MAXTERMS, tenemos:

$$L1 = \prod(0,1,2,3,4,5,6,8) =$$

$$= (A+B+C+D)(A+B+C+\overline{D})(A+B+\overline{C}+D)(A+B+\overline{C}+\overline{D})(A+\overline{B}+C+D)(A+\overline{B}+C+\overline{D})(A+\overline{B}+\overline{C}+D)(\overline{A}+B+C+D)$$

Para L2, como nos piden la forma canónica MINTERMS, tenemos:

$$L2 = \sum(3,5,6,9,10,12) =$$

$$= \overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C\cdot D + \overline{A}\cdot B\cdot\overline{C}\cdot D + \overline{A}\cdot B\cdot C\cdot\overline{D} + A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}\cdot D + A\cdot\overline{B}\cdot C\cdot\overline{D} + A\cdot B\cdot\overline{C}\cdot\overline{D}$$

c. La simplificación por mapas de Karnaugh de las dos funciones:

| AB \ CD | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| **00** | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **01** | 0 | 0 | | 0 |
| **11** | | | | |
| **10** | 0 | | | |

| AB \ CD | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| **00** | | | 1 | |
| **01** | | 1 | | 1 |
| **11** | 1 | | | |
| **10** | | 1 | | 1 |

$$L1 = (A+B)\cdot(A+C)\cdot(A+D)\cdot(B+C+D) = AB+AC+AD+BC+BD+CD$$

L2 no tiene simplificación por Karnaugh, ya que sus seis unos están todos aislados. Es lógico, pasar de un empate a otro exige cambiar al menos dos votos a la vez (uno que se quita y otro que se pone), por lo que las casillas con 1 están todas a distancia 2 en el mapa.

$$L2 = \overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C\cdot D + \overline{A}\cdot B\cdot\overline{C}\cdot D + \overline{A}\cdot B\cdot C\cdot\overline{D} + A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}\cdot D + A\cdot\overline{B}\cdot C\cdot\overline{D} + A\cdot B\cdot\overline{C}\cdot\overline{D}$$

d. Para implementar L1 solo con puertas NOR utilizamos las Leyes de De Morgan. Comenzamos negando dos veces la función.

$$L1 = \overline{\overline{AB+AC+AD+BC+BD+CD}} =$$

$$= \overline{\overline{AB}\cdot\overline{AC}\cdot\overline{AD}\cdot\overline{BC}\cdot\overline{BD}\cdot\overline{CD}} =$$

$$= \overline{(\overline{A}+\overline{B})\cdot(\overline{A}+\overline{C})\cdot(\overline{A}+\overline{D})\cdot(\overline{B}+\overline{C})\cdot(\overline{B}+\overline{A}D)\cdot(\overline{C}+\overline{D})} =$$

$$= \overline{\overline{A}+\overline{B}} + \overline{\overline{A}+\overline{C}} + \overline{\overline{A}+\overline{D}} + \overline{\overline{B}+\overline{C}} + \overline{\overline{B}+\overline{D}} + \overline{\overline{C}+\overline{D}}$$

e. Procedemos de forma similar con la función L2.

$$\overline{\overline{\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C\cdot D + \overline{A}\cdot B\cdot\overline{C}\cdot D + \overline{A}\cdot B\cdot C\cdot\overline{D} + A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}\cdot D + A\cdot\overline{B}\cdot C\cdot\overline{D} + A\cdot B\cdot\overline{C}\cdot\overline{D}}}$$

$$\overline{\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C\cdot D}\cdot\overline{\overline{A}\cdot B\cdot\overline{C}\cdot D}\cdot\overline{\overline{A}\cdot B\cdot C\cdot\overline{D}}\cdot\overline{A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}\cdot D}\cdot\overline{A\cdot\overline{B}\cdot C\cdot\overline{D}}\cdot\overline{A\cdot B\cdot\overline{C}\cdot\overline{D}}$$